

Chapitre 2

Figures géométriques élémentaires

Matières abordées

- 1. Les notations mathématiques en géométrie
- 2. Report de longueurs
- 3. Le cercle
- 4. Positions relatives de droites
- 5. Propriétés des droites parallèles et perpendiculaires
- 6. Médiatrice d'un segment



Objectifs

Je serai capable de...

- Différencier droite, demi-droite et segment de droite.
- Reporter des longueurs en utilisant la latte graduée ou le compas.
- Définir le cercle et ses éléments.
- Reconnaître et différencier droites parallèles, droites sécantes et droites perpendiculaires.
- Tracer une droite parallèle à une autre droite à l'aide de l'équerre.
- Tracer une droite perpendiculaire à une autre droite à l'aide de l'équerre.
- Connaitre les axiomes d'Euclide.
- Citer les propriétés des droites parallèles et des droites perpendiculaires.
- Caractériser la médiatrice d'un segment et pouvoir la construire à l'aide d'un compas et/ou d'une équerre.

Partie 1

Les notations mathématiques en géométrie

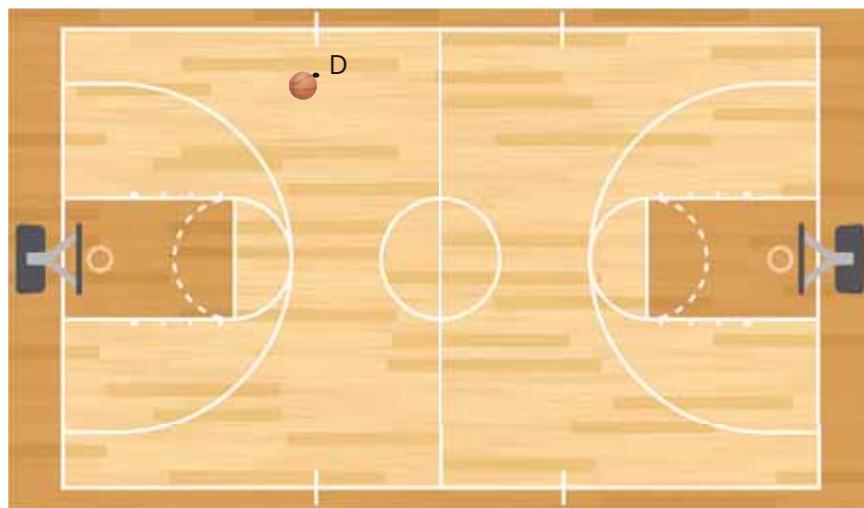


1. Exploration

Voici la représentation d'un terrain de basket. Sauras-tu replacer les éléments suivants ?

La ligne des lancers francs / Un panier / La ligne médiane /
La direction du ballon lancé par un joueur D vers le panier / Un joueur E qui se trouve au-delà
de la ligne des trois points / Le cercle central.

Compare maintenant ce que tu as fait avec ton voisin.



Tu as pu remarquer, en comparant avec ton voisin, que vous aviez parfois noté les éléments différemment. C'est pourquoi, un jour, les mathématiciens ont dû se mettre d'accord et ont convenu d'utiliser les mêmes notations mathématiques.

COMPLÈTE le tableau en utilisant les conventions d'écriture utilisées en géométrie.

	Notation mathématique	Élément géométrique
La ligne des lancers francs	_____	_____
Le joueur E	_____	_____
Le prolongement à l'infini de la ligne passant par le milieu du terrain	_____	_____
Le cercle central	_____	_____
La direction et le sens que prend la balle d'un joueur vers le panier	_____	_____



2. Synthèse

COMPLÈTE le tableau ci-dessous.

	Point	Segment	Demi-droite	Droite
Représentation géométrique	A	A — B	A — B	a A — B
Notation				
Description				





3. Applications

**1**

TRADUIS en écriture mathématique les expressions données en français.

- a) La demi-droite d'origine C passant par D ► _____
- b) La droite passant par les points E et F ► _____
- c) Le segment ayant pour extrémités les points M et N ► _____
- d) La droite d ► _____

2

TRADUIS par une phrase en français les expressions mathématiques suivantes.

- a) AC ► _____
- b) [XY] ► _____
- c) [AC ► _____
- d) a ► _____
- e) AO] ► _____
- f) MN ► _____
- g) [MN ► _____
- h) MN] ► _____
- i) [MN] ► _____
- j) M, N ► _____

3

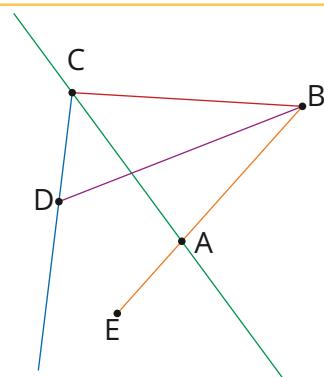
COMPLÈTE en utilisant les notations mathématiques.

La ligne bleue est _____

La ligne rouge est _____

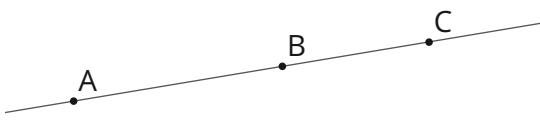
La ligne verte est _____

La ligne orange est _____

**4**

COMPLÈTE avec \in , \notin , \subset ou $\not\subset$:

- | | | |
|------------------|-----------------|------------------|
| a) B _____ [AB] | f) A _____ AC | k) AC] _____ BC |
| b) B _____ [AC | g) [BC _____ AC | l) [BC _____ AB] |
| c) [AB] _____ AB | h) B _____ AC] | m) [BC _____ AC |
| d) A _____ [BC | i) AB _____ AC] | n) C _____ AB |
| e) C _____ [AC] | j) C _____ [AB] | o) A _____ BC] |





Partie 2 Report de longueurs

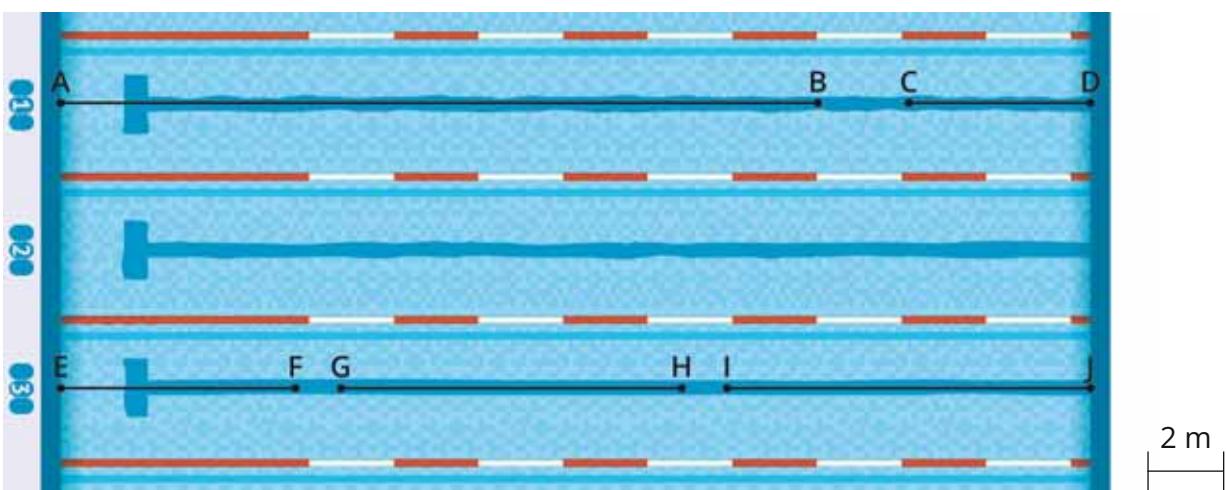
1. Exploration

Jérémy et Lylia font une course. Comme ils arrivent en même temps, ils décident que celui qui a parcouru au total la plus longue distance sous l'eau sur la longueur a gagné.

Jérémy a nagé deux fois en apnée et a repris son souffle aux trois quarts du parcours.

Lylia, elle, a nagé en apnée à trois reprises, comme le montre le schéma, et a repris son souffle deux fois.

D'après toi, qui a remporté la course ?



Le vainqueur est :

a) Report avec la latte graduée des longueurs nageées en apnée.

- REPORTÉ** conséutivement à partir du point X et sur la droite d, les distances parcourues en apnée par Jérémy. **NOMME** le dernier point placé Y.



- REPORTÉ** conséutivement à partir du point M et sur la droite f, les distances parcourues en apnée par Lylia. **NOMME** le dernier point placé N.



b) Report avec le compas des longueurs nagees en apnée.

- **REPORTÉ** consécutivement à partir du point X et sur la droite d, les distances parcourues en apnée par Jérémy. **NOMME** le dernier point placé Y.

d X

- **REPORTÉ** consécutivement à partir du point M et sur la droite f, les distances parcourues en apnée par Lylia. **NOMME** le dernier point placé N.

f M

Si tu sais que 1 cm correspond à 2 m en réalité, quelle distance ont-ils parcourue en apnée ?



2. Synthèse

Quels sont les outils que tu peux utiliser pour reporter la longueur de segments ?

L'écartement entre _____ et _____ sera égal à la distance donnée au départ.

La distance entre deux points A et B se note _____





3. Applications

1

On donne deux longueurs a et b ainsi qu'une demi-droite $[AX]$



À l'aide de ton compas :

- a) **TROUVE** le point B tel que $|AB| = 2a$



- b) **TROUVE** le point C tel que $|AC| = a + b$



- c) **TROUVE** le point D tel que $|AD| = 2a + b$



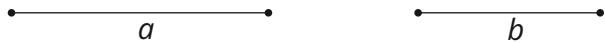
- d) **TROUVE** le point E tel que $|AE| = 3a - b$



2

Soient le point A , la droite d et les distances a et b .

- a) **PLACE** X différent de Y sur la droite d tel que : $|AX| = |AY| = a$.
 b) **PLACE** Z sur la droite d tel que : $|AZ| = a + b$.
 c) **PLACE** T sur la droite d tel que : $|AT| = a - b$.
 d) **DONNE** le nom du segment qui a pour longueur $2a - b$.



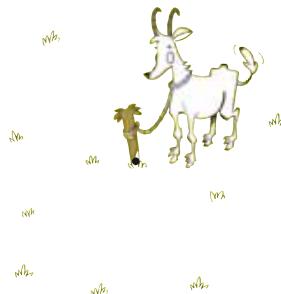
Partie 3 Le cercle



1. Exploration

La chèvre de Monsieur Seguin a été attachée à un poteau avec une corde de 3 m l'empêcher de s'enfuir dans la montagne.

COLORIE la partie du pré où l'herbe peut être broutée et décris ta solution.



Échelle : 1 cm représente 1 m



2. Synthèse

COMPLÈTE cette synthèse avec les mots proposés.

centre – rayon – diamètre – corde

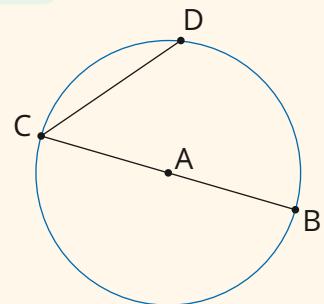
[AB] est _____ du cercle.

A est _____ du cercle.

[CB] est _____ du cercle.

[CD] est _____ du cercle.

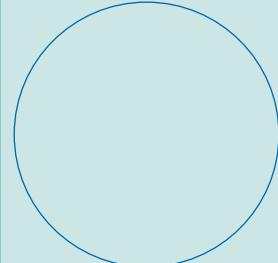
Le _____ vaut le double du _____.



Le _____ est l'ensemble des points situés à la même distance d'un point appelé centre.



Attention, il y a une différence entre le cercle et le disque.





3. Applications

1

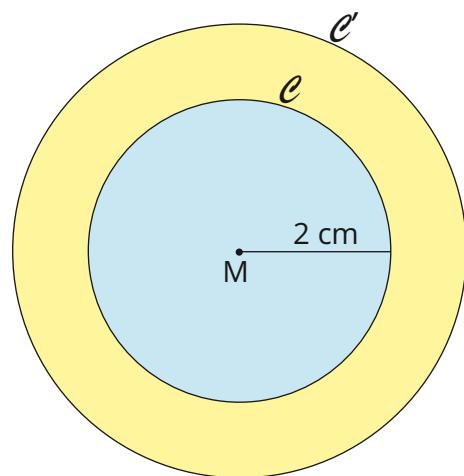
c est un cercle de centre M et de rayon de 2 cm.

- Où se trouvent tous les points situés à 2 cm de M ?

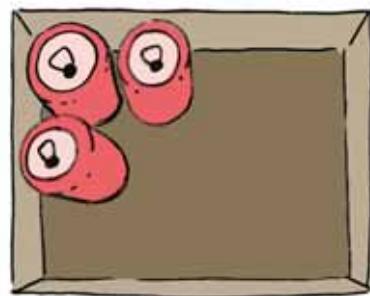
- Où se trouvent tous les points situés à moins de 2 cm du point M ?

- Où se trouvent tous les points situés à plus de 2 cm du point M ?

- Où se trouvent tous les points situés à plus de 2 cm de M mais à moins de 3 cm de M ?

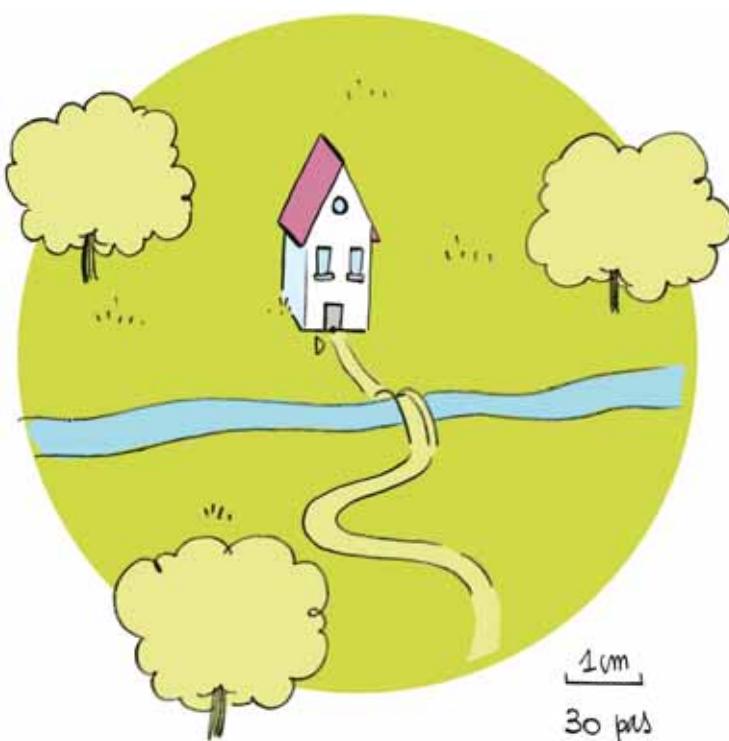
**2**

Combien de canettes de rayon de 2,5 cm pourrons-nous mettre dans une boîte rectangulaire de 24 cm sur 18 cm en les disposant de cette manière ?

**3**

Kaïs revient à la maison après avoir été pêcher à la rivière.

Il s'aperçoit, en rentrant chez lui, qu'il a oublié son pull au bord de l'eau. Son petit frère lui propose d'aller le chercher. Kaïs lui dit qu'il a été pêcher à 120 pas de l'entrée de la maison (sans traverser la rivière). **DÉTERMINE** en noir le ou les endroits où le frère de Kaïs doit se rendre pour retrouver le pull.



4**TRACE** en vert l'ensemble des points situés à 2,5 cm de A et à 3 cm de B.

Combien de points répondent à ces conditions ?

A

B

5

Ci-dessous, le segment [AE] a été partagé en 4 parties de même mesure.

TRACE :

- un cercle de centre C et de rayon 4 cm.
- un cercle de centre B et de rayon 1 cm.
- un cercle de centre D et de rayon 1 cm.
- un demi-cercle (vers la droite) de centre B et de rayon 2 cm.
- un demi-cercle (vers la gauche) de centre D et de rayon 2 cm.

Quel symbole chinois as-tu dessiné ?

Quelle est sa signification ?



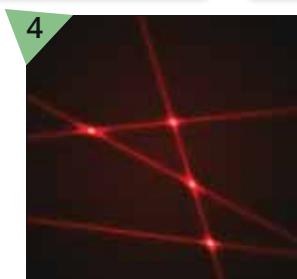
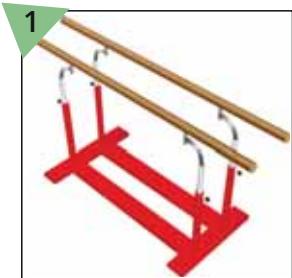
Partie 4 Positions relatives de droites



1. Exploration

► Exploration n°1

Ces images représentent-elles, dans la réalité, des droites parallèles ou des droites sécantes ?

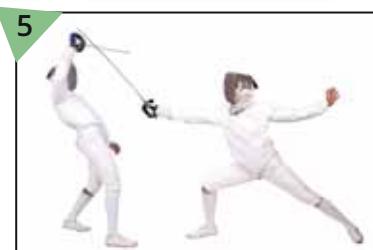
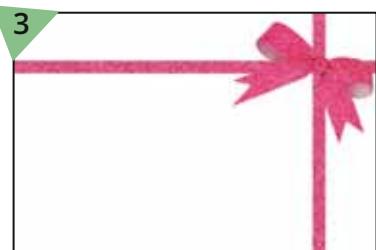
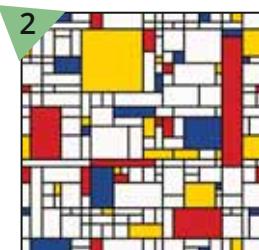


Droites parallèles

Droites sécantes

► Exploration n°2

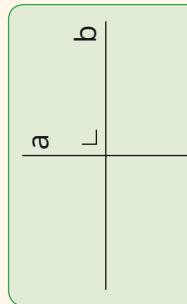
Quelle est la position des droites présentes sur ces photos ?



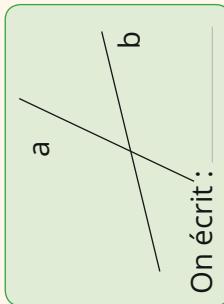
Droites sécantes

Droites perpendiculaires

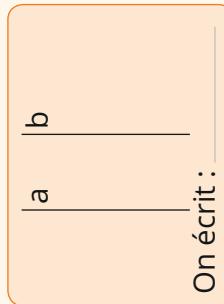
2. Synthèse



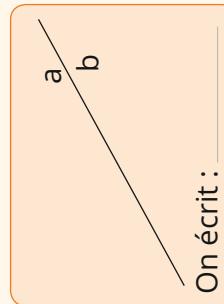
On écrit :



On écrit :



On écrit :



On écrit :

Elles forment 4 angles droits, elles sont et

Elles ne forment pas 4 angles droits, elles sont

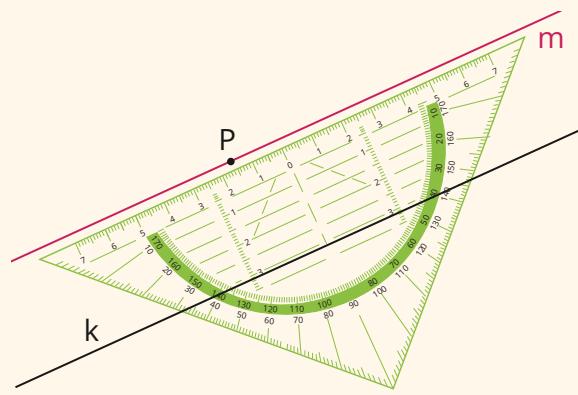
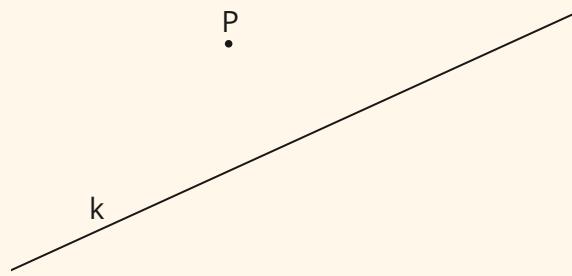
Elles n'ont pas de points communs, elles sont

Elles ont tous leurs points en communs, elles sont

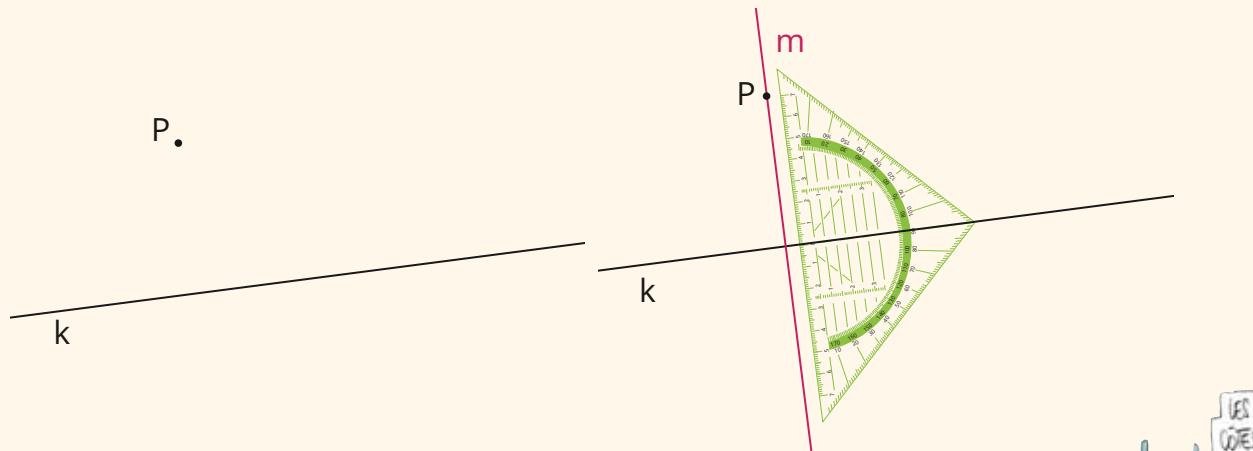
Elles sont

Positions de droites

Comment utiliser l'équerre pour tracer une droite parallèle à une autre passant par un point ?



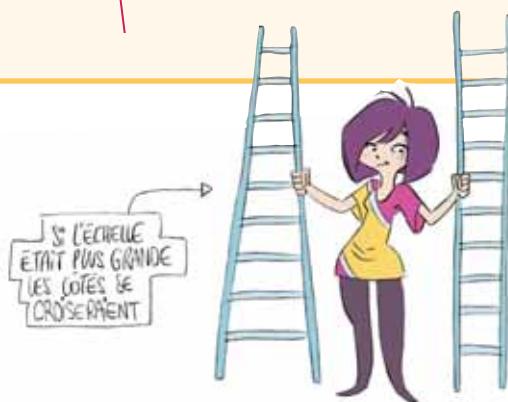
Comment utiliser l'équerre pour tracer une droite perpendiculaire à une autre passant par un point ?



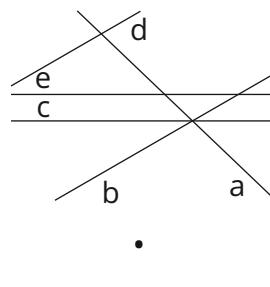
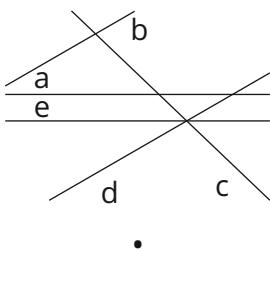
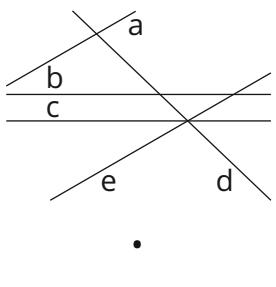
LES CÔTÉS DE L'ÉCHELLE SONT TOUJOURS À LA MÊME DISTANCE. ILS NE SE CROISERONT JAMAIS !

3. Applications

EXERCICES INTERACTIFS



1 RELIE chaque dessin aux notations mathématiques qui conviennent.



$a \not\parallel b$
 $c \parallel e$
 $d \parallel b$

$a \parallel b$
 $e \parallel a$
 $d \parallel c$

$b \parallel c$
 $a \parallel e$
 $d \not\parallel a$

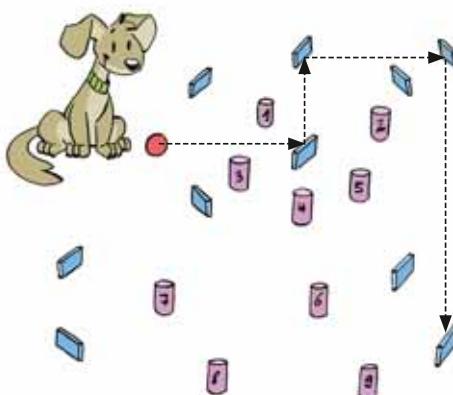
$b \not\parallel c$
 $b \not\parallel a$
 $c \not\parallel e$

$a \parallel c$
 $b \not\parallel d$
 $e \not\parallel c$

2 À chaque fois que la balle de Nestor touche une brique, elle rebondit en formant un angle droit.

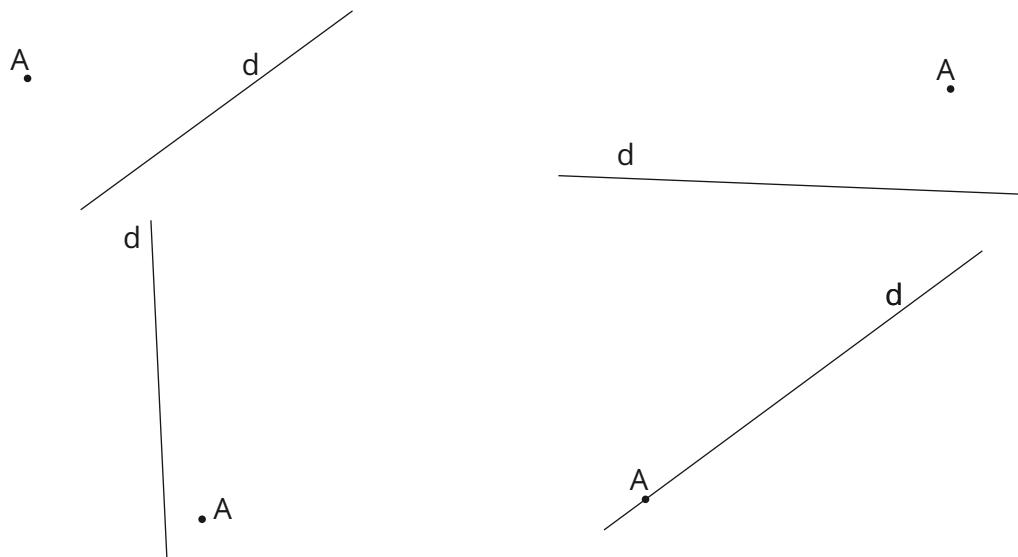
a) TRACE le chemin effectué par la balle.

b) Sur quelle boîte de conserve la balle rebondira-t-elle ?



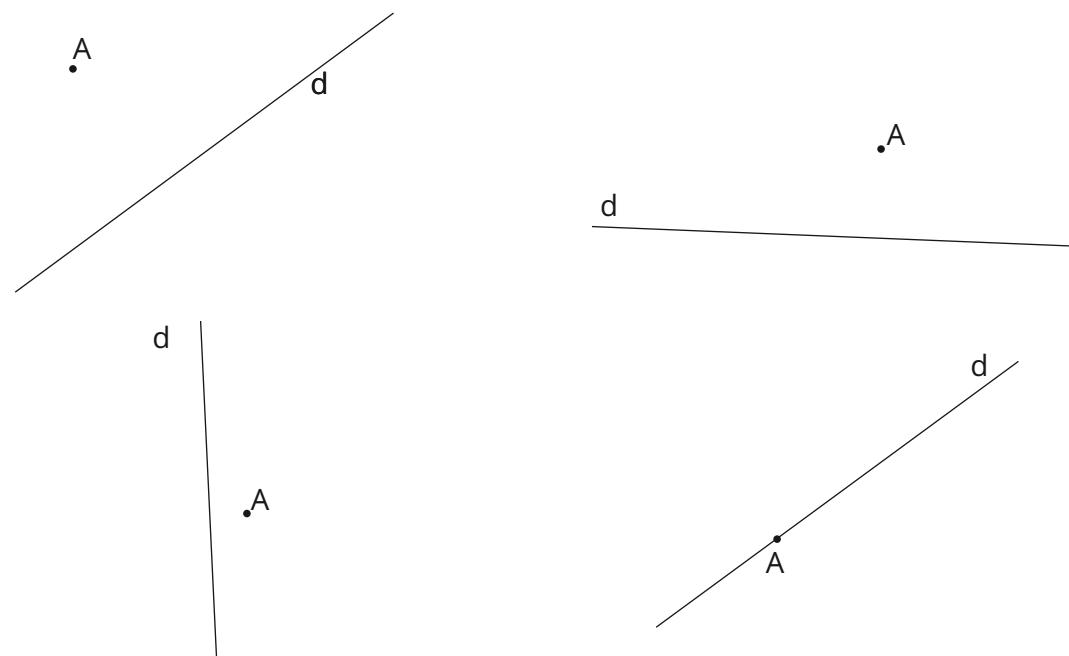
3

TRACE la droite d' parallèle à la droite d passant par A.



4

TRACE la droite d' perpendiculaire à la droite d passant par A et **CODE** ton dessin.

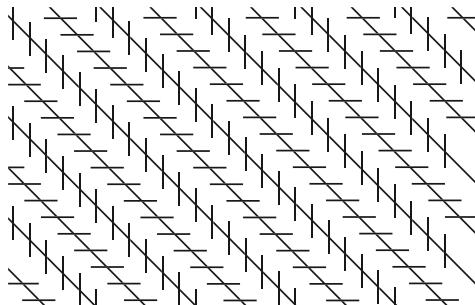
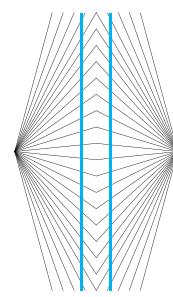
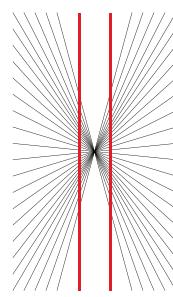
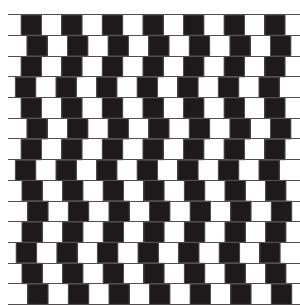


4

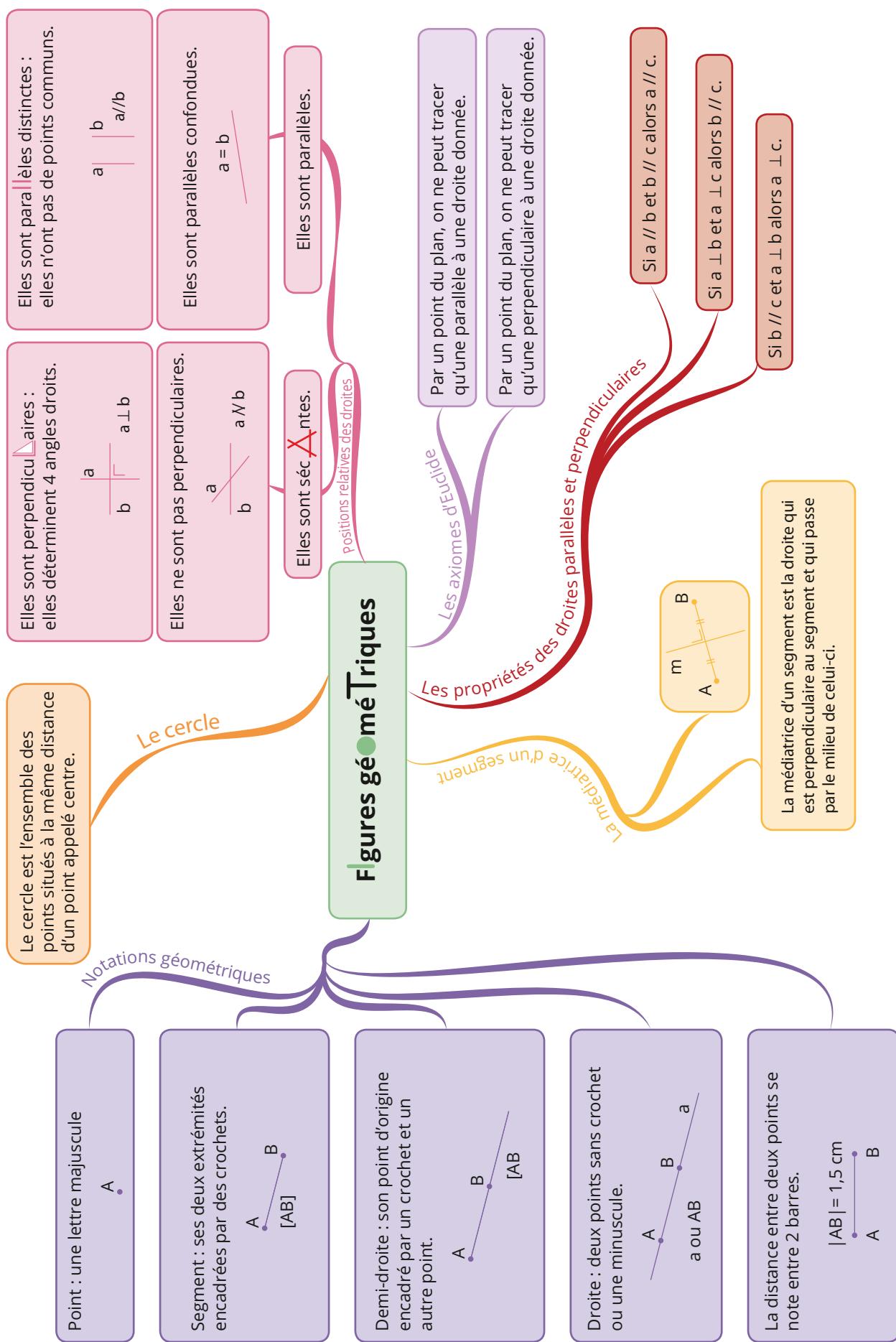
5

5

UTILISE tes instruments de mesure (latte, compas, équerre) et **VÉRIFIE** si ces droites sont parallèles.



Méfie-toi de ce que tu crois voir car parfois ton cerveau te joue des tours... Il te fait voir des choses qui n'existent pas. Ce sont des *illusions d'optique*.





Je me teste !

Nom : _____ Prénom : _____

Classe : _____ Date : _____

1

TRADUIS en écriture mathématique les expressions suivantes :

- La droite passant les points par M et N : _____
- Le segment d'extrémités A et B : _____

2

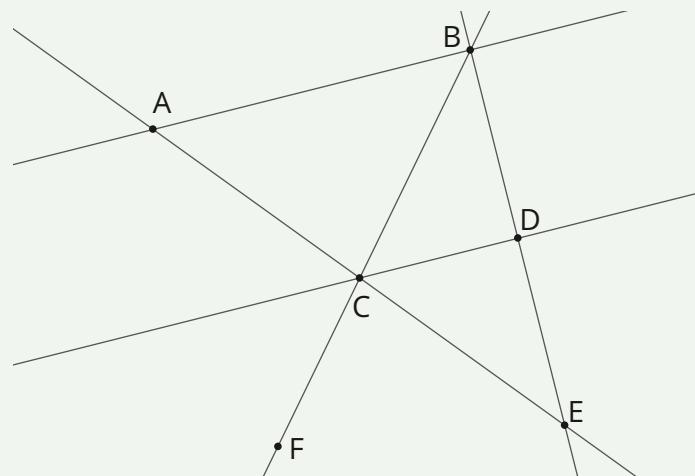
TRADUIS en français les expressions mathématiques suivantes :

- AO] : _____
- m : _____

3

SITUE sur le dessin les 5 droites a, b, c, d et e si tu sais que :

- a // CD
- CD \perp b
- D \in b et c, D \notin e
- Le point C est l'intersection de BF et de la droite e



4

TRACE une figure en respectant le programme de construction suivant :



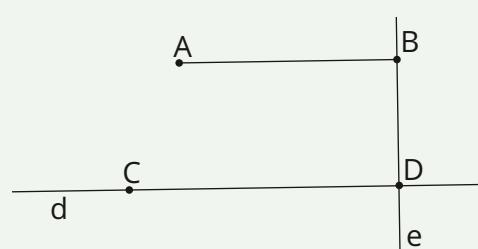
- Trace [AB] tel que $|AB| = 3 \text{ cm}$.
- M milieu de [AB].
- Trace d avec $M \in d$ et $d \perp AB$.
- Nomme d.
- d représente _____

5

Voici une figure géométrique et un programme de construction. REPLACE les étapes dans l'ordre.



- d est parallèle à [AB] et C \in d.
- D est à l'intersection de d et e.
- A, B, C sont trois points non alignés.
- e est perpendiculaire à d et B \in e.



Les étapes dans l'ordre sont :

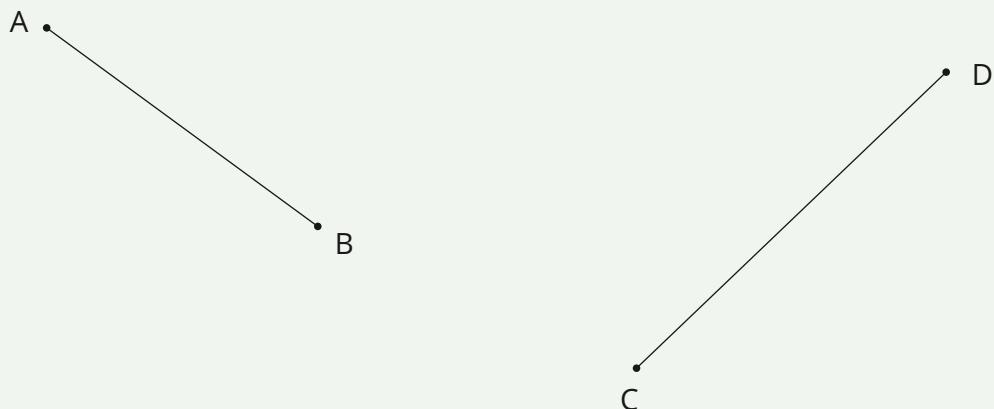
Étape 1 : _____ Étape 2 : _____ Étape 3 : _____ Étape 4 : _____

Nom : _____ Prénom : _____

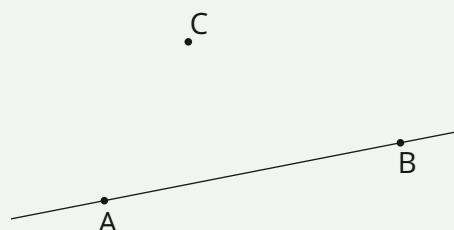
Classe : _____ Date : _____

6

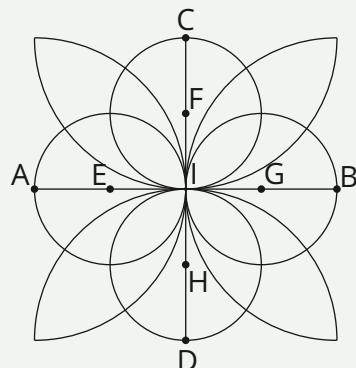
TRACE la médiatrice des segments donnés en utilisant une fois le compas et une fois l'équerre. **CODE** tes dessins.

**7**

TRACE les droites d et e si :

a) $C \in d$ et $d \perp AB$ b) $C \in e$ et $e \parallel AB$ **8**

NUMÉROTE les étapes qui correspondent à l'ordre suivи pour réaliser la figure ci-dessous.



	Tracer quatre demi-cercles de centre A, C, B et D et de rayon [AI] comprenant le point I.
	Placer les points E, F, G et H, milieux respectifs des segments [AI], [CI], [BI] et [DI].
	Tracer deux segments [AB] et [CD] de 4 cm, perpendiculaires entre eux et se coupant en leur milieu au point I.
	Tracer les cercles de centre E, F, G et H de rayon [AE].



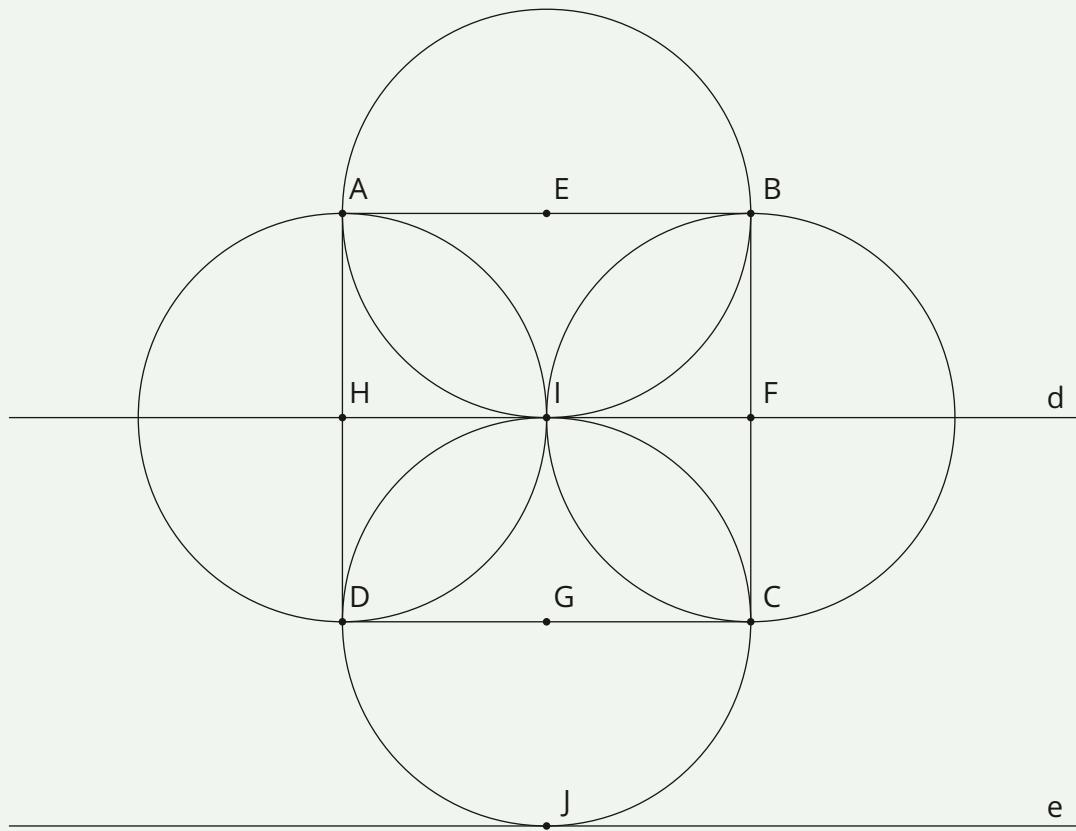
Je me teste !

Nom : _____ Prénom : _____

Classe : _____ Date : _____

9

Voici le programme de construction qui a permis de construire cette figure.

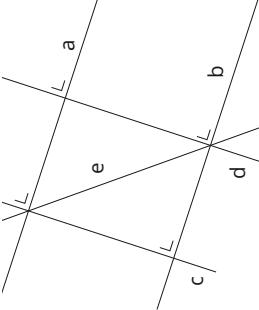
**COMPLÈTE** les deux dernières étapes qui ont été effacées.**CONSTRUIS** un carré ABCD.

- **PLACE** les points E, F, G et H respectivement au milieu des segments [AB], [BC], [CD] et [AD].
- **TRACE** les cercles de centre E, F, G et H et de rayon [GC].
- **NOMME** le point d'intersection des quatre cercles, I.
- **PLACE** un point J diamétralement opposé à I sur le cercle de centre G.

• _____

• _____

• _____



1 RELIE

- Une droite • est limitée(e) par deux points.
Un segment • est limitée(e) par un point.
Une demi-droite • est illimitée
- 2 RELIE.**
- Des droites sécantes • ont une infinité de points en commun.
Des droites perpendiculaires • forment un angle de 90° .
Des droites parallèles distinctes • ne se coupent jamais.
Des droites parallèles confondues • se coupent en un point.

3 COMPLÈTE par la notation mathématique qui convient.
Le segment de droite ayant pour extrémités les points X et Y : ...
La droite passant par les points X et Y : ...
La demi-droite d'origine Y passant par le point X : ...
Le point Y : ...

4 Que signifient les notations mathématiques ci-dessous ? SOIS COMPLET !

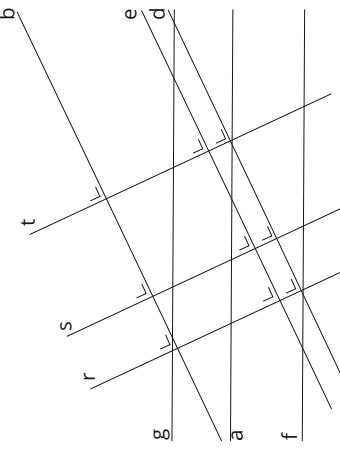
[GH] : ? J, K : ? [FG] : ?

5 Vrai ou faux ? JUSTIFIE si c'est faux.

- a) Une droite est un ensemble infini de points.
b) Une droite a toujours un début et une fin.
c) Par un point ne peut passer qu'une droite.
d) Si 3 points sont alignés alors ils appartiennent à la même droite.
e) 2 points sont toujours alignés.
f) Un segment de droite est noté ainsi : d.
- g) Un segment a deux extrémités.
h) Des points alignés appartiennent à la même droite.
i) Un segment est aussi une droite.
j) On peut mesurer une droite.
k) Des droites perpendiculaires ne se rencontrent jamais.
l) Deux droites perpendiculaires forment 4 angles droits.

6 COMPLÈTE par //, \perp ou $\not\parallel$ et réponds aux questions.

a) Quelles droites sont sècantes à ?
b) Quelles droites sont perpendiculaires à e ?
c) Quelles droites sont parallèles à b ?



7 ENTOURE

- les expressions mathématiques correctes.

- a) $a \not\parallel b$
b) $c // d$
c) $c \perp e$
d) $a \not\perp c$
e) $a \perp d$
f) $b // c$
g) $a \perp c$
h) $e \perp d$
i) $d \not\parallel b$
j) $a \perp e$
k) $d // c$
l) $a \not\perp b$

8 COMPLÈTE avec // ou \perp . Aide-toi d'un schéma pour répondre.

- a) Si $a // b$, $b \perp c$ et $c // d$, alors $a \perp d$.
b) Si $a \perp b$, $b \perp c$ et $c // d$, alors $a \perp d$.
c) Si $a // b$, $b // c$, $c \perp d$, $d \perp e$ et $e \perp f$ alors $a \perp f$.
d) Si $a // b$, $b // c$, $c \perp d$, $d // e$ et $e \perp f$ alors $a \perp f$.

9 Le tableau ci-dessous donne la position de certaines droites entre elles. TRACE les droites b, c, d, e et f et COMPLÈTE les cases vides du tableau.

a	b	c	d	e	f
a	\perp				
b		//			
c			\perp		
d				\perp	
e					\perp
f					\perp

10 COMPLÈTE par ϵ , ϵ , \subset ou \subset .

- a) B _____ [AC]
b) [AB] _____ AC
c) C _____ [BA]
d) [BC] _____ AB
e) C _____ AB
- f) [CB] _____ AC
g) A _____ BC
h) A _____ AC
i) [AB] _____ [BC]
j) AB _____ AB
- k) B _____ AC
l) [BC] _____ AC
m) [AC] _____ AC
n) C _____ [AB]

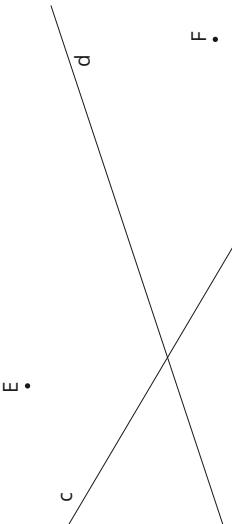
11 RÉALISE le programme de construction suivant :

- Place trois points non alignés A, B et C.
- Place le point D, milieu de [AB].
- Place le point E, milieu de [BC].
- Trace la droite f perpendiculaire à [AB] passant par D.
- Trace la droite g perpendiculaire à [BC] passant par E.
- f et g ont comme point d'intersection le point F.

Exercices supplémentaires



12 **TRACE** la parallèle à la droite d passant par le point F et la perpendiculaire à la droite c passant par le point E.



- Sur $[AM]$, place C tel que $|AM| = |MC|$.
- N est le milieu de $[BC]$.
- D est à l'intersection de $[AN]$ et de $[BM]$.
- Q est à l'intersection de $[CD]$ et de $[AB]$.

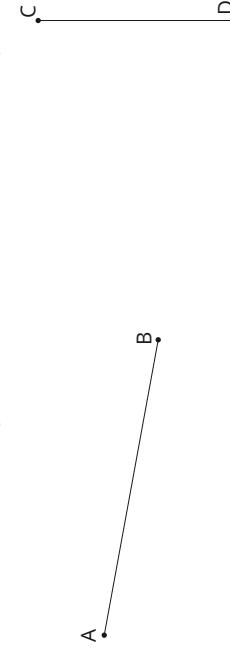
Selon toi, quelle est la position du point Q par rapport au segment $[AB]$?

17 **TRACE** une figure en respectant le programme de construction décrit.

On donne A, B et C trois points non alignés.

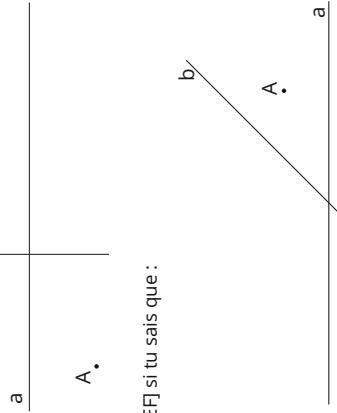
- Trace m et n les médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$.
- Appelle O l'intersection de m et n.
- Retrouve le point D si tu sais que $[OC] \perp [OD]$ ont même longueur et que $D \in [AO]$.

13 **TRACE** la médiatrice des segments donnés en utilisant une fois le compas et une fois l'équerre.



14 **TRACE** les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ si tu sais que :

- La droite a est la médiatrice de $[AB]$ et $[CD]$.
- La droite b est la médiatrice de $[AD]$ et $[BC]$.



19 Dans la ville d'Anima, on retrouve beaucoup de rues, certaines sont parallèles entre elles, d'autres sont perpendiculaires ou encore séantes.

- Quelles rues sont parallèles avec l'avenue du Parc ?
- Camille habite dans une rue qui est parallèle à la rue Alfred et séante à la rue des Mouettes. Dans quelle rue habite-t-elle ?

- La famille Junot habite dans une rue qui est parallèle à deux autres rues, perpendiculaire à deux autres rues également et qui est séante à la rue Léopold 1^{er}.

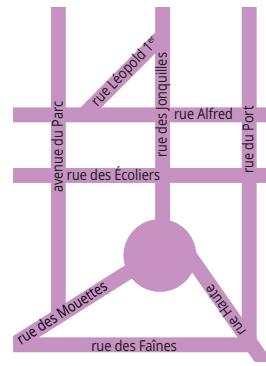
COMPLÈTE l'enveloppe afin d'écrire une lettre à la famille Junot.

16 **TRACE** une figure en respectant le programme de construction décrit.

- Trace un segment $[AB]$.

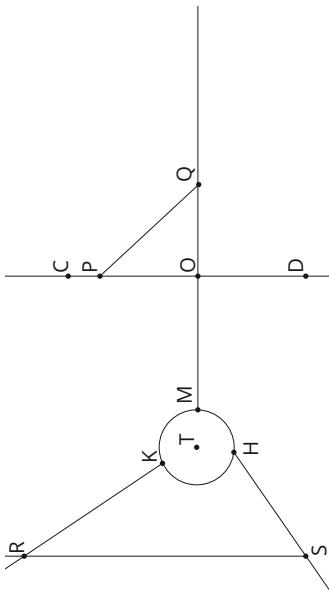
- Place un point M à l'extérieur du segment $[AB]$. Les points A, B et M ne seront pas alignés.

	Famille _____, 97
	421 _____





d) Pour expliquer à son copain où elle habite, Camille a décidé de schématiser la carte.



COMPLÈTE son schéma :

L'avenue du Parc est représentée par la demi-droite d'origine U, parallèle à MQ et passant par C.

• La rue du Port est représentée par la droite \perp à DC et passant par D.

• La rue des Écoliers est représentée par la médiatrice de [MO].

e) Grâce aux notations mathématiques, nomme :

La rue des Fânes : _____ La rue Léopold 1^{er} : _____ La rue Alfred : _____

Le centre du rond-point : _____

20 Chasse au trésor...

Nathan et Jérémie découvrent dans un vieux tiroir une carte avec les instructions suivantes :

• À partir du sapin S, avancer de 30 m vers le nord jusqu'au gros rocher et marquer un point R.

• Partir du point R, avancer de 40 m vers l'ouest, trouver le buisson et placer à cet endroit le point B.

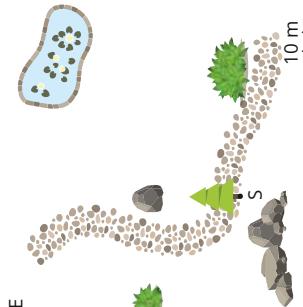
• Construire la perpendiculaire à SB passant par B : elle coupe SR en M.

• Tracer la parallèle à SB passant par M : elle coupe BR en V.

• Placer le point D sachant que D \in [MV] et $|MD| = |DV|$.

• Le trésor est caché au point d'intersection T de BV et de DS.

Suis le programme de construction et note l'endroit où se situe le trésor.



Challenges mathématiques

Exercice 1

Sans réponse préformulée. –
A, B, C, D sont quatre points placés dans cet ordre sur une droite. Si $|AC| = 17$, $|BD| = 19$ et $|AD| = 23$, que vaut $|BC|$?

Réponse

OMB 2017

Exercice 4

Zinzin et le capitaine Harrant sont dans le Sahara. Ils partent du même point. Zinzin fait 1 km vers le nord, 2 km vers l'ouest, 4 km vers le sud et enfin 1 km vers l'ouest. Harrant parcourt 1 km vers l'est, 4 km vers le sud et 4 km vers l'ouest. Quelle doit être la dernière partie de son trajet pour rejoindre Zinzin ?

Exercice 2

Éliane a 4 bandes de même longueur. Elle en colle deux ensemble, avec 10 cm de chevauchement, et obtient une bande de 50 cm de long.



Avec les deux autres bandes de papier, Éliane veut obtenir une bande de 56 cm de long. De quelle longueur doit être alors le chevauchement ?

A	4 cm	B	6 cm	C	8 cm
D	12 cm	E	14 cm		

Kangourou des mathématiques 2015

Exercice 3

Les points P, Q, R et S sont alignés dans cet ordre, $|PR| = 15$ cm, $|QS| = 12$ cm, $|PS| = 20$ cm. Combien mesure le segment [QR] ?

A	3 cm	B	4 cm	C	5 cm
D	6 cm	E	7 cm		

Kangourou des mathématiques 2014

Kangourou des mathématiques 2013