Chapitre 4 – Trigonométrie	***Pages du cahier :*** pp 123 - 174
Estimation totale : 12 périodes	

Programme :

- Définir sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le triangle rectangle.
- Établir les nombres trigonométriques dans des triangles rectangles particuliers (30°, 45° et 60°).
- Utiliser les nombres trigonométriques d'un angle dans un triangle rectangle dans des calculs. Calculer la pente et l'inclinaison et l'exprimer en pourcents.
- Résoudre un problème (calcul d'une longueur, calcul d'une amplitude d'angle, construction) en utilisant les nombres trigonométriques.
- Démonter la formule fondamentale (uniquement dans l'officiel).
- Démonter la relation entre les nombres trigonométriques (uniquement dans l'officiel).

Matériel nécessaire :

Calculatrice, latte, équerre, rapporteur.

Prérequis

Estimation : 0,5 période

PARTIE 1 : Nombres trigonométriques d'un angle aigu

Estimation : 2 périodes

1. EXPLORATION

Cette exploration permet de faire le lien entre quelque chose de tangible et les nombres trigonométriques, matière relativement abstraite pour les élèves.
On veillera à bien faire la différence entre un escalier raide, difficile à monter, et un escalier moins raide, plus facile à monter en indiquant la différence entre les rapports des marches, contremarches et rampes.
La calculatrice permettra de gagner du temps. Le professeur peut partager la classe en plusieurs groupes qui auront tous la même conclusion : le rapport est invariable.
Le professeur pourra également schématiser différents escaliers, raides et moins raides, au tableau pour bien montrer cette différence qui dépend de l'angle formé par l'escalier avec le sol. Ensuite, il pourra faire le lien avec les rapports.

Pour la rampe, rappeler Pythagore permet de faire un enseignement en spirale.

Alternative : faire des groupes de 3 – 4 élèves, les envoyer en exploration dans l'école étudier les différents escaliers à l'aide d'un mètre et d'une équerre. De retour en classe, ils doivent expliquer quels éléments mathématiques permettent de déterminer si un escalier est plus raide qu'un autre. De là, on peut introduire les nombres trigonométriques.

2. SYNTHÈSE

La synthèse sera complétée de manière collective. Un devoir pourra être donné avec un triangle rectangle DEF afin de fixer cette matière.
Moyen mnémotechnique : nouveauté pour le célèbre SOH CAH TOA.
On introduit ici l'usage de la calculatrice mais il sera fixé dans la partie suivante qui est la résolution de triangles rectangles.

3. APPLICATIONS

1. Simple application avec un seul triangle.
2 – 3 – 5. L'élève devra lui-même repérer dans quel triangle il doit travailler et ensuite déterminer les côtés adjacent, opposé et l'hypoténuse pour l'angle demandé.
4. Exercice de construction, on peut choisir de n'en faire qu'un par nombre trigonométrique.
6. Découverte d'une propriété très accessible en 3e année.

PARTIE 2 : Résolution de triangles

Estimation : 3 périodes

1. EXPLORATION

Il est évident qu'avec les 3 formules des nombres trigonométriques, on peut trouver les autres. Néanmoins, nous avons voulu décortiquer tous les cas pour que les élèves puissent découvrir d'emblée toutes les possibilités. Ensuite, il est bien sûr tout à fait opportun de « regrouper » par nombre trigonométrique.

2. SYNTHÈSE

Synthèse à compléter individuellement. Elle fait également le rappel de la somme des amplitudes des angles dans tout triangle et du théorème de Pythagore. Ici aussi, nous encourageons le professeur à expliciter le fait que 3 formules suffisent pour trouver les autres. Attention, par abus de langage, on parlera d'un angle donné ou recherché quand on donne ou on cherche son amplitude.

3. APPLICATIONS

1 – 4. Exercices pour assoir la notion vue (on peut en faire seulement quelques-uns).
2. Exercice de construction et de déduction qui demandera dans certaines classes un peu de guidage.
3. Exercice pour entrainer l'usage de la calculatrice. Il permettra également de rappeler que sinus et cosinus doivent être inférieurs à zéro (contrairement à la tangente).

PARTIE 3 : Problèmes trigonométriques

Estimation : 2,5 périodes

1. EXPLORATION

Un exercice comme exploration. Les élèves possèdent à ce stade les outils pour le résoudre. L'exercice choisi est facile à schématiser car très parlant. Ne pas hésiter à faire usage de la photo.

2. SYNTHÈSE

1. La synthèse reprend les 3 points vus dans Pythagore pour la résolution d'un problème géométrique. Il est utile de rappeler aux élèves qu'un schéma peut être fait à main levée et ne nécessite pas un temps de construction important. Par contre, les annotations au schéma sont de grande importance.
2. Rappel des formules. Ici aussi, il sera nécessaire d'expliquer aux élèves que les 3 formules des nombres trigonométriques sont suffisantes, les autres en sont déduites.
Petit rappel de Pythagore également.

3. APPLICATIONS

1 – 3 – 4 – 8. Exercices dont le schéma est donné et annoté, niveau facile.
5 – 6 – 7 – 11 – 12 – 13 – 14 – 16 – 18. Exercices dont le schéma est donné mais pas complètement : niveau moyen.
2 – 9 – 10 – 17. Exercices pour lesquels l'élève devra lui-même schématiser la situation.
Veiller à varier les exercices. Inutile de tous les faire. Il y a des exercices plus complexes dans les exercices supplémentaires et dans les « challenges mathématiques ».

PARTIE 4 : Pente et inclinaison

Estimation : 1 période

1. EXPLORATION

N° 1

a) Une première situation concrète et réaliste. L'occasion de parler du handicap et de la tolérance.
La notion d'escalier de la première exploration revient : plus ou moins raide.
b) Une pente de 100 % ne correspond pas à une rampe placée à la verticale mais bien à un angle de 45°, faute fréquente commise par les élèves. C'est aussi une base pour les nombres trigonométriques des angles particuliers dans le point suivant.

N° 2

a) Il est évident que la longueur du tapis ne change pas. On change la longueur du côté opposé, il s'agit du sinus pour l'inclinaison.

2. SYNTHÈSE

La synthèse compare les deux, sachant que pour de petits angles la différence n'est pas très importante. (cfr exercice 8)

3. APPLICATIONS

Le professeur fera le tri dans les exercices en fonction de la classe.
Certains exercices ont des schémas ou des dessins de situations qui sont données, pour d'autres, il faut les faire. Le professeur veillera à en réaliser pour les deux cas.

PARTIE 5 : Nombres trigonométriques particuliers

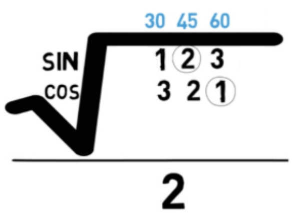
Estimation : 2 périodes

1. EXPLORATION

Il sera indispensable de construire ceci avec les élèves. On peut éventuellement demander aux élèves d'essayer d'abord seul avec un carré de côté 1 et ensuite de passer au carré de côté a. Même chose pour le triangle.

2. SYNTHÈSE

Ce sera l'occasion de leur apprendre l'un ou l'autre moyen mnémotechnique pour étudier ces valeurs.



Exemple :

3. APPLICATIONS

1. Exercice d'application pur.
2 – 4. Ici on devra interpréter les figures pour trouver la solution. L'avantage est qu'un élève peut les résoudre sans calculatrice. Le professeur peut choisir de n'en faire qu'un des 3.
5.Très chouette vidéo et applicable en classe en apportant un gâteau par exemple.

PARTIE 6 : Relation entre les nombres trigonométriques

Estimation : 1 période

1. EXPLORATION

Exploration qui peut être complétée individuellement par les élèves. Il n'y a rien de difficile et on est en fin de chapitre.

2. SYNTHÈSE

Synthèse courte qui a l'essentiel, les 2 formules.

3. APPLICATIONS

2 exercices d'application, le professeur choisira quelques énoncés de chaque exercice.

Je me teste :

	C1	C2	C3
Question 1	✔		
Question 2	✔		
Question 3	✔		
Question 4		✔	
Question 5		✔	
Question 6			✔

Chapitre 4 - Trigonométrie dans le triangle rectangle

Dans le Kit numérique (Scoodle)

- **Annexes**

☐ Évaluation certificative
☐ Évaluations intermédiaires
☐ Grille de l'évaluation certificative
☐ Cartes mentales en format A4, version non complétée.
☐ Fiches de remédiation
☐ Fiches de dépassement
☐ Exercices interactifs
☐ Exercices supplémentaires
☐ Des affiches « Voyages mathématiques » (L'histoire de mathématiciens célèbres)
☐ Corrigés des différents documents

NOM : ____________________________
Prénom : ___________________________
Date : ________/________/__________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

Évaluation certificative
Chapitre 4 : Trigonométrie dans le triangle rectangle

1) Quelle est la formule fondamentale en trigonométrie :

2) Définition de la Tg d'un angle : …

Valeurs à connaître :

	30°	45°	60°
Sin			
Cos			
Tg			

3) Formules dans un triangle rectangle :

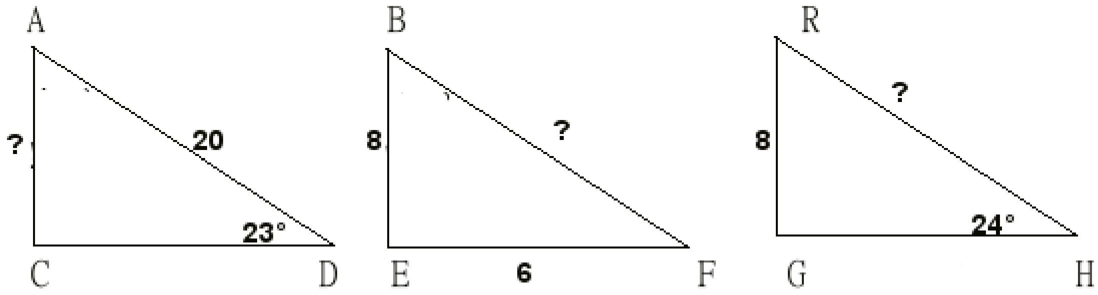
Sin d'un angle = …

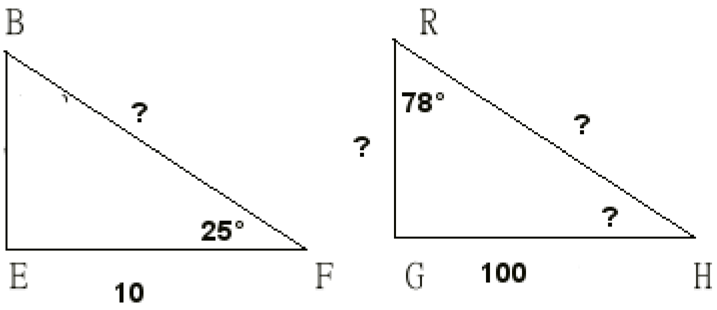
Cos d'un angle = …

Tg d'un angle = …

NOM : ____________________________
Prénom : ___________________________
Date : ________/________/__________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

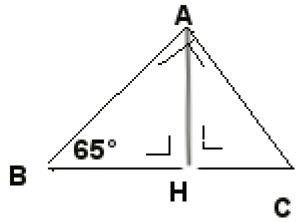
4) Les triangles suivants sont rectangles, calcule l'élément demandé.





NOM : ______________________________
Prénom : ____________________________
Date : ________/________/__________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

5) Observe bien la figure donnée puis exprime Sin 65° de 2 façons différentes.



6) Pente = 8%. Dessine la figure adéquate et marque les nombres au bon endroit.

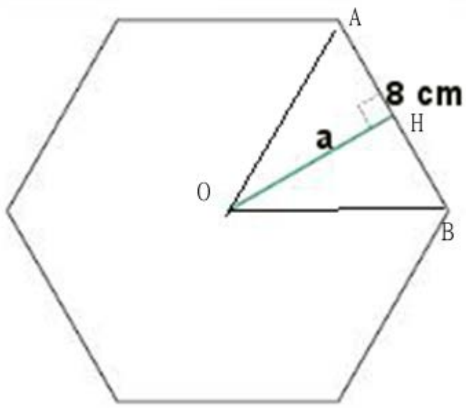
7) Â est un angle aigu ; si Sin Â = $\frac{4}{5}$ alors calcule : Cos Â =

Tg Â =

| Â | =

NOM : ____________________________
Prénom : ___________________________
Date : ________/________/__________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

8) Calcule l'apothème d'un hexagone de 8cm de côté.

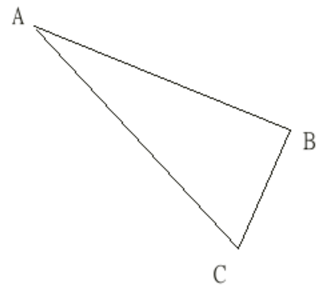


____

NOM : ___________________________
Prénom : __________________________
Date : _______/_______/_________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

Fiches
Chapitre 4 : Trigonométrie dans le triangle rectangle

1) Lorsque tu vois un triangle rectangle … Repère immédiatement l'angle droit et l'hypoténuse.
   A) Ainsi dans le triangle rectangle suivant, marque l'angle droit et colorie l'hypoténuse.



Ne jamais oublier que l'hypoténuse est toujours le plus long des 3 côtés.

   B) si l'amplitude de l'angle Â est de 29°, quelle est celle de l'autre angle ? Justifie ta réponse en énonçant la propriété utilisée.

Dans un triangle rectangle, la somme des 2 angles aigus vaut 90°. Plus rapide, non ?

   C) Un triangle rectangle peut-il être isocèle ? Fais un croquis et précise ta réponse.

NOM : ______________________________

Prénom : ____________________________

Date : ________/________/__________

Classe : _______ N° d'ordre : ________

D) Un triangle rectangle peut-il être équilatéral ? Fais un croquis et précise ta réponse.

E) ABC est un Δ rectangle en Â. Si $|AB| = 5$ et $|BC| = 13$ alors $|AC| = ?$ Sur quel théorème te bases-tu ? Enonce-le.

2) ⇛ Δ rectangle : quand il est question de travailler avec les 3 côtés, tu utilises le théorème de …

⇛ Δ rectangle : quand il est question de travailler avec les 3 angles, tu utilises le fait que leur somme vaut…

Maintenant mêlons angles et côtés et comme on ne peut rien faire sans connaître parfaitement les définitions, complète-les en prenant dans la colonne de droite l'élément manquant.

Sin d'un angle = $\dfrac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$

Cos d'un angle = $\dfrac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$

Tg d'un angle = $\dfrac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$

côté opposé à l'angle

côté adjacent à l'angle

côté opposé

côté adjacent

hypoténuse

NOM : ____________________________

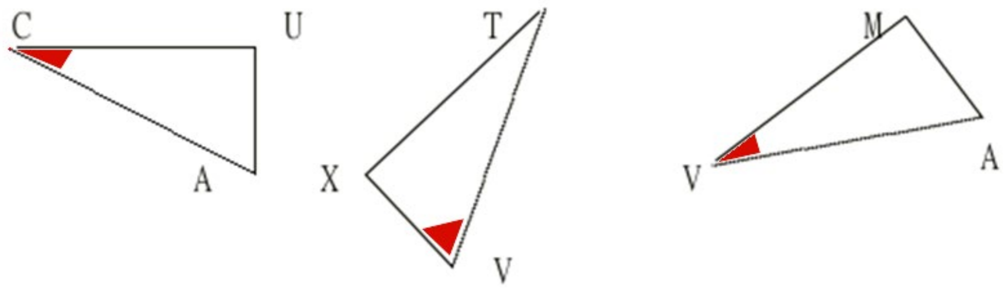
Prénom : ___________________________

Date : ________/________/__________

Classe : _______ N° d'ordre : ________

3) Applique les définitions pour l'angle colorié dans les triangles rectangles suivants. N'oublie pas de marquer l'angle droit et de colorier l'hypoténuse avant de travailler.

On ne prend jamais les Sin, Cos et Tg de l'angle droit!



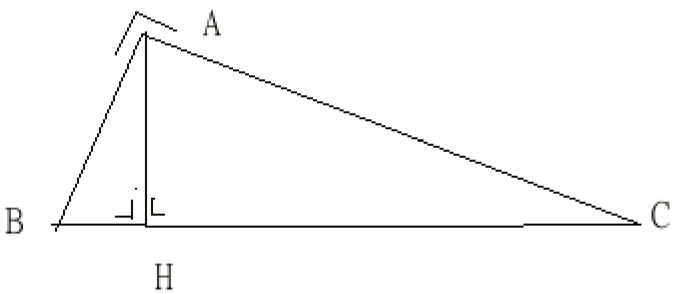
4) Complète

Dans le Δ ABH,

Sin $\widehat{B}$ =

Cos B$\widehat{A}$H =

Tg $\widehat{B}$ =

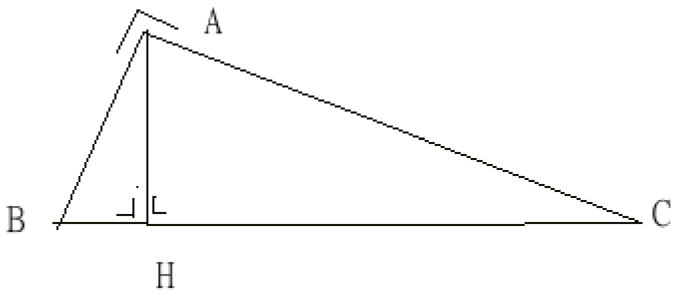


NOM : ____________________________
Prénom : ___________________________
Date : ________/________/__________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

Dans le Δ AHC,
Cos $H\hat{A}C$ =

Tg $H\hat{A}C$ =

Sin $\hat{A}$ =



Dans le Δ ABC,
Sin $\hat{B}$ =

Cos $\widehat{B}$ =

Tg $\hat{C}$ =

Exprime le Sin $\hat{C}$ de 2 manières différentes en précisant le Δ dans lequel tu travailles.

5) Quelques valeurs à connaître. Complète le tableau.

	30°	45°	60°
Sin			
Cos			
Tg			

Par contre, il te faudra probablement utiliser ta calculatrice pour déterminer les nombres trigonométriques suivants. Arrondis la valeur au 0.000 1 près.

Sin 10° $\simeq$ Sin 170° $\simeq$ Sin 30°=

NOM : ______________________________

Prénom : ______________________________

Date : ________/________/__________

Classe : _______ N° d'ordre : ________

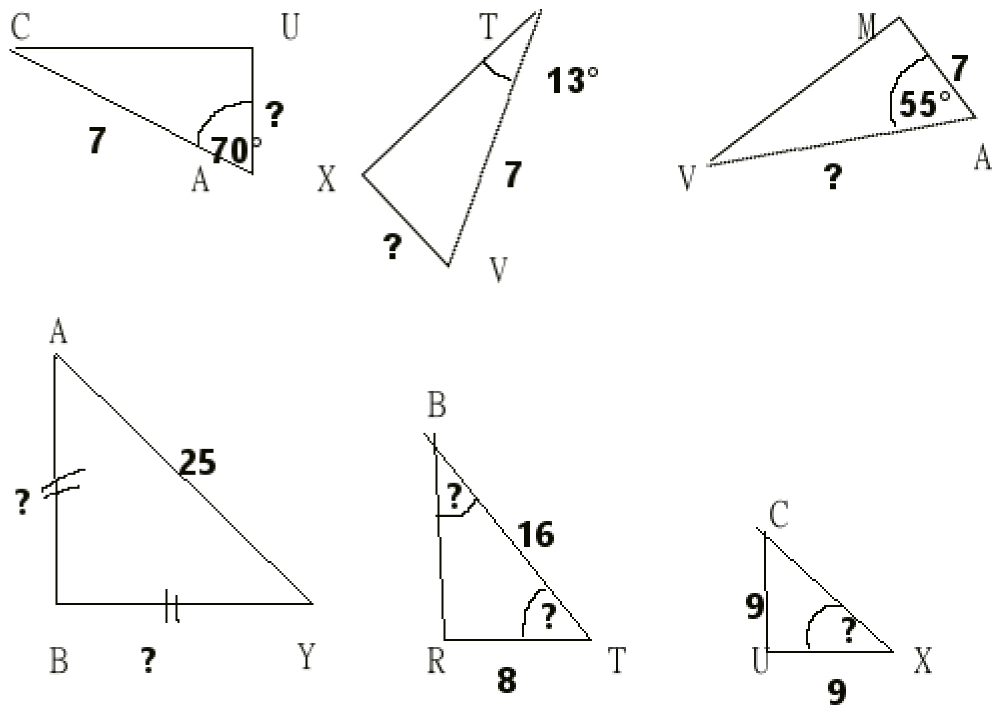
Cos 49° $\simeq$ Cos 15° $\simeq$ Cos 45° =

Tg 80° $\simeq$ Tg 20° $\simeq$ Tg 60° =

Cette fois, je te demande de retrouver l'angle aigu dont on donne un nombre trigonométrique. Arrondis l'angle à l'unité.

Sin $\hat{A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\hat{A}$ = …	Cos $\hat{A}$ = 0.454 $\hat{A} \simeq$ …	Tg $\hat{A}$ = 19.0811 $\hat{A} \simeq$ …
Sin $\hat{A}$ = 0.99863 $\hat{A} \simeq$ …	Cos $\hat{A}$ = 0.5 $\hat{A}$ = …	Tg $\hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\hat{A}$ = …
Sin $\hat{A}$ = 1.40674 $\hat{A} \simeq$ …	Cos $\hat{A}$ = 0.70712 $\hat{A} \simeq$ …	Tg $\hat{A}$ = 0.21256 $\hat{A} \simeq$ …

6) A) Calcule l'élément demandé. Les triangles donnés sont rectangles.

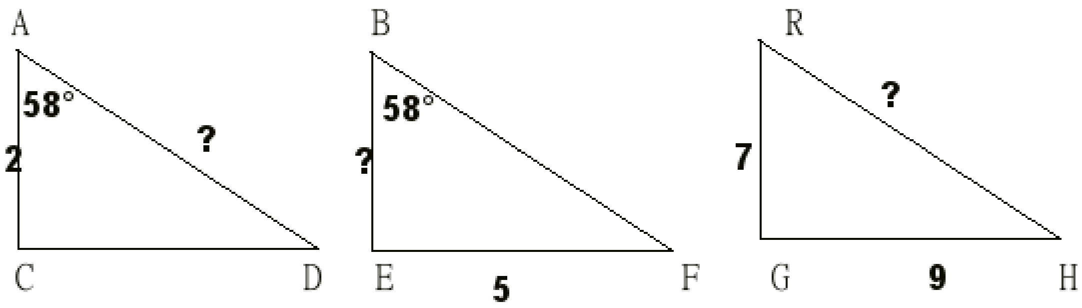


NOM : ___________________________

Prénom : __________________________

Date : ________/________/__________

Classe : ______ N° d'ordre : _______



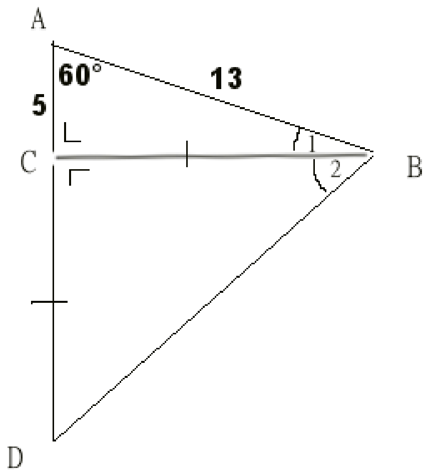
B) Avant même de commencer l'exercice, apprends à observer et à remarquer ce qu'il y a d'intéressant sur un dessin donné. Ainsi, quels sont les deux éléments à voir sur le dessin suivant :

NOM : ___________________________

Prénom : __________________________

Date : _______/_______/_________

Classe : ______ N° d'ordre : _______



Calcule les mesures des éléments suivants :

$|\hat{B}_1|$ =

$|\widehat{D}|$ =

$|\hat{B}_2|$ =

| BC | :

| CD | =

| AD | =

| BD | :

Le Δ ABD est-il rectangle ?

7) Il existe un lien entre le Sin et le Cos d'un même angle. On appelle ce lien, la « relation fondamentale ». Quelle est-elle ?

………………………………………….

Relation fichtrement intéressante parce que si tu regardes bien, dès que tu connaîtras le Sin d'un angle, il te sera possible de calculer son …

NOM : ___________________________

Prénom : __________________________

Date : _______/_______/_________

Classe : ______ N° d'ordre : _______

Une autre relation existe encore, c'est celle qui relie (par définition) les Sin, Cos et Tg d'un même angle.

T'en souviens-tu ? Tg d'un angle = $\frac{\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots}$

8) Vrai ou faux.

Sin 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Sin 45° = $\frac{Sin\ 90°}{2}$

$Sin^2 45° + Cos^2 45° = 0$

Sin (45° + 45°) = Sin 45° + Sin 45°

Tg 45° = $\frac{Sin\ 45°}{Cos\ 45°}$

$Sin^2 45° = 1 – Cos^2 45°$

Cos 30° = Sin 60°

Cos 30° = ½

9) Sans utiliser de rapporteur mais uniquement latte, équerre, compas, construis les angles de 60°, 30°, 75° et 90°.

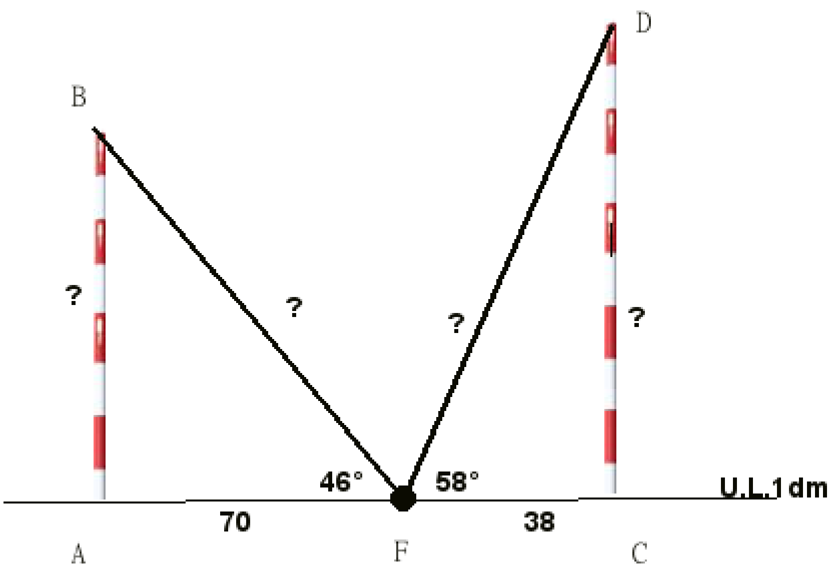
NOM : ______________________________

Prénom : ______________________________

Date : ________/________/__________

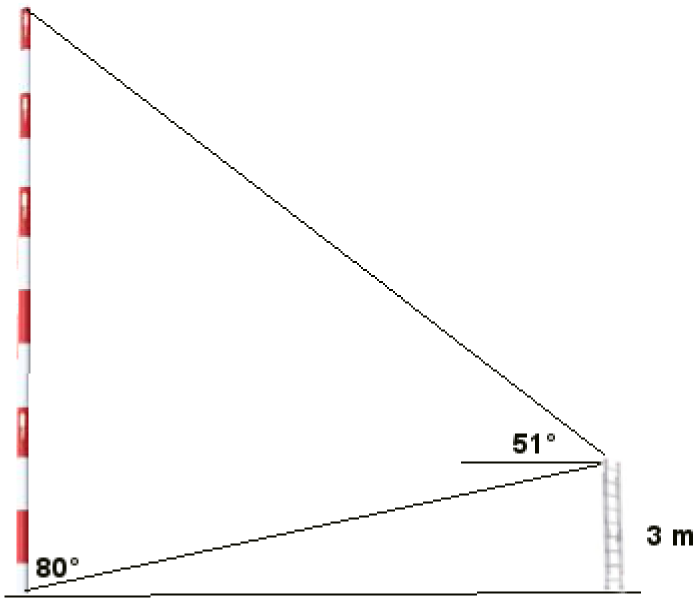
Classe : _______ N° d'ordre : ________

10) Voici deux mâts fixés par des tendeurs extérieurs (qu'on ne voit pas) et par deux tendeurs intérieurs dessinés. Quelle est la hauteur des deux mâts et la longueur de ces deux câbles intérieurs ?

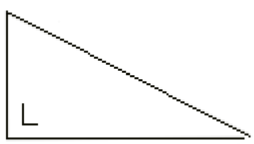


NOM : ______________________________
Prénom : ____________________________
Date : ________/________/__________
Classe : _______ N° d'ordre : ________

11) Pierre est tout en haut d'une échelle de 3 mètres. Aide-le à calculer la hauteur du poteau devant lui.



12) A) Tu vois le panneau routier suivant :



NOM : ___________________________

Prénom : __________________________

Date : _______/_______/_________

Classe : ______ N° d'ordre : _______

Place les nombres 10 et 100 sur le dessin ci-dessus qui schématise la route que tu veux emprunter pour monter le Mont Ventoux.

pente = Tg d'un angle

inclinaison = Sin d'un angle

B) Célia regarde son piano et remarque qu'il n'est pas bien horizontal. Pour le régler, elle a besoin de connaître son inclinaison. Quelle est-elle ?

13) Jean-Luc, le maçon, désire connaître une approximation de la longueur de la diagonale d'un carré quand il pave une cour.
Dessine un croquis pour t'aider et utilise les outils dont tu disposes pour lui donner une réponse grossière.

Serait-ce : $d \simeq 3.$ côté

$d \simeq 2 .$ côté

$d \simeq 1{,}5 .$ côté

$d \simeq$ côté

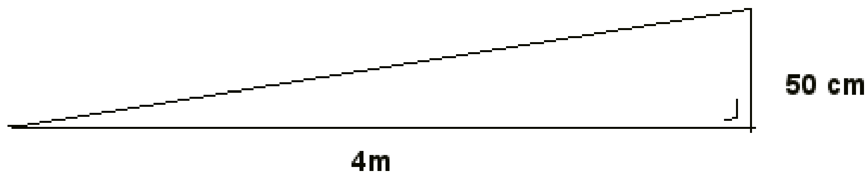
Igor, lui, place des vérandas. Il désire connaître la longueur du toit et sa pente pour éviter que la pluie ne s'infiltre dans la véranda. Quel calcul doit-il faire ? Réponds-lui.

NOM : ______________________________

Prénom : ______________________________

Date : ________/________/__________

Classe : _______ N° d'ordre : ________



14) Un peu de rappels : colorie la(les) case(s) correspondante(s) à l'objet présenté.

Δ rectangle :

Angle droit	Angles égaux	hypoténuse

Sinus d'un angle =

$\frac{côté\ opposé}{côté\ adjacent}$	$\frac{côté\ opposé}{hypoténuse}$	$\frac{côté\ adjacent}{côté\ opposé}$

Relation entre Sin α et Cos α :

Cosα+ Sinα = 1	Cos$^2\alpha$+ Sin$^2\alpha$ = 1	$\frac{Sin\alpha}{Cos\alpha}$

Tg 30°=

$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

5Cos² α + 5 Sin² α

5	1	0

1 – Sin² α =

Tg α	Cos²α	2

Cos α . Tg α =

Cos²α	Cosα	Sin α

Cos α = 4/5 ; Sin α =

$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{25}$

NOM : ___________________________

Prénom : __________________________

Date : ________/________/__________

Classe : _______ N° d'ordre : ________